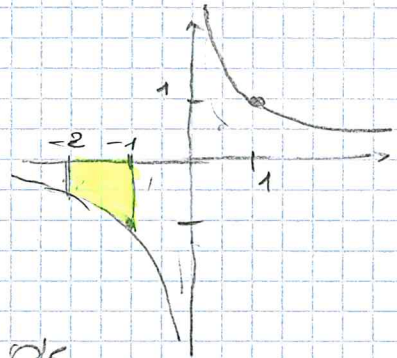


CALCOLARE L'AREA ORIENTATA DELLA PARTE DI PIANO
 TRA IL GRAFICO DI UNA FUNZIONE, L'ASSE DELLE ASCISSE
 E DUE RETTE VERTICALI DI EQUAZIONI $x = x_0$, $x = x_1$

AREA ORIENTATA $[x_0, x_1] = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx$ il risultato può essere positivo, negativo o nullo

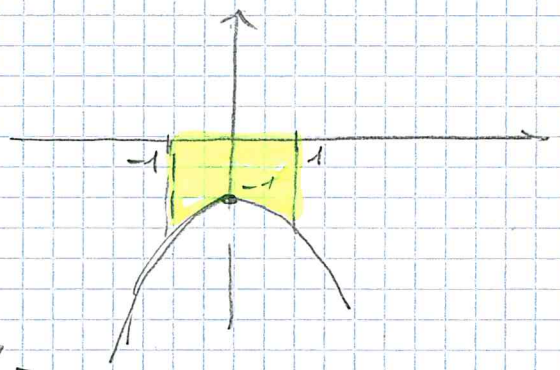
ES1 / Calcolare l'area orientata tra il grafico di $f(x) = \frac{1}{x}$,
 l'asse delle ascisse e le rette $x = -2$ e $x = -1$

$$\begin{aligned} \text{Area orientata } [-2, -1] &= \int_{-2}^{-1} \frac{1}{x} dx = \left[\ln|x| \right]_{-2}^{-1} \\ &= F(-1) - F(-2) = \\ &= \ln|-1| - \ln|-2| = \\ &= \ln 1 - \ln 2 = -\ln 2 < 0 \quad \text{OK} \end{aligned}$$



ES2 / Calcolare l'area orientata tra il grafico di $f(x) = -x^2 - 1$,
 l'asse delle ascisse e le rette $x = -1$ e $x = 1$

$$\begin{aligned} \text{Area orientata } [-1, 1] &= \int_{-1}^1 (-x^2 - 1) dx = \\ &= \left[-\frac{x^3}{3} - x \right]_{-1}^1 = \\ &= F(1) - F(-1) = \\ &= \left[-\frac{(1)^3}{3} - (1) \right] - \left[-\frac{(-1)^3}{3} - (-1) \right] = \\ &= \left[-\frac{1}{3} - 1 \right] - \left[\frac{1}{3} - 1 \right] = \\ &= -\frac{1}{3} - 1 - \frac{1}{3} + 1 = -\frac{2}{3} - 2 = \frac{-2-6}{3} = -\frac{8}{3} < 0 \quad \text{OK} \end{aligned}$$



ES 3 | Calcolare l'area orientata compresa tra il grafico di:
 $f(x) = -x^2 + h$, l'asse delle ascisse e le rette $x = -1$ e $x = 3$

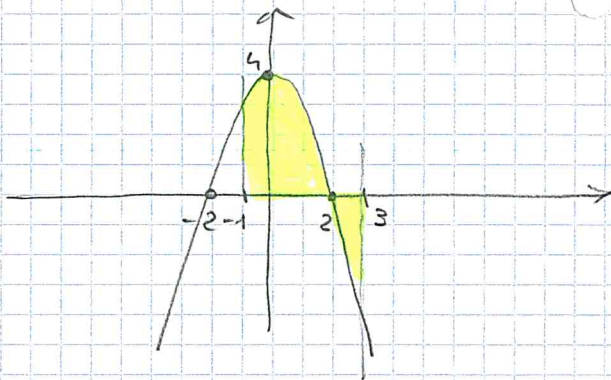
Area orientata $[-1; 3] = \int_{-1}^3 (-x^2 + h) dx =$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + 4x \right]_{-1}^3 =$$

$$= F(3) - F(-1) =$$

$$= \left[-\frac{27}{3} + 12 \right] - \left[\frac{1}{3} - 4 \right] =$$

$$= 3 - \frac{1}{3} + h = 7 - \frac{1}{3} = \frac{21-1}{3} = \frac{20}{3} > 0$$



ES 4 | Calcolare l'area orientata compresa tra il grafico di:
 $f(x) = \sqrt{x} - 1$, l'asse delle ascisse, l'asse delle ordinate e la retta $x = 2$

Area orientata $[0; 2] = \int_0^2 (\sqrt{x} - 1) dx =$

$$= \int_0^2 (x^{\frac{1}{2}} - 1) dx =$$

$$= \left[\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - x \right]_0^2 =$$

$$= \left[\frac{2}{3} \sqrt{x^3} - x \right]_0^2 =$$

$$= F(2) - F(0) = \left(\frac{2}{3} \sqrt{8} - 2 \right) - (0) = \frac{2}{3} \sqrt{8} - 2 < 0$$

